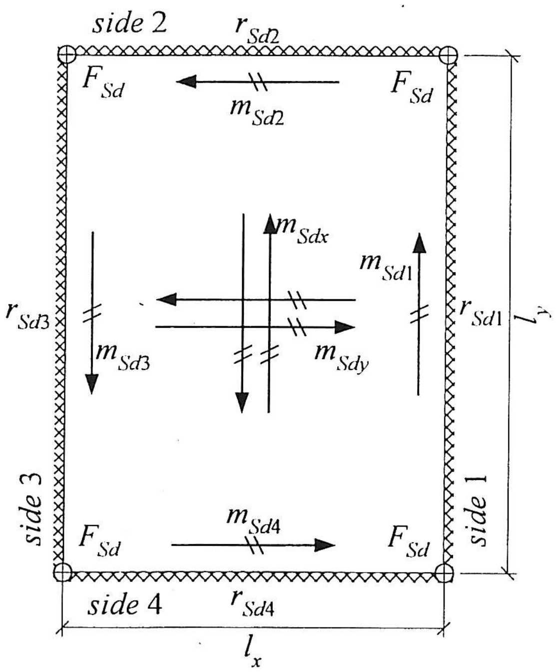
Eksempel på bestemmelse af plademomenter (nedreværdiløsning) i.h.t. annex C i DS 411

Heshe, Gert

INSTITUTTET FOR BYGNINGSTEKNIK

DEPT. OF BUILDING TECHNOLOGY AND STRUCTURAL ENGINEERING
AALBORG UNIVERSITET • AAU • AALBORG • DANMARK



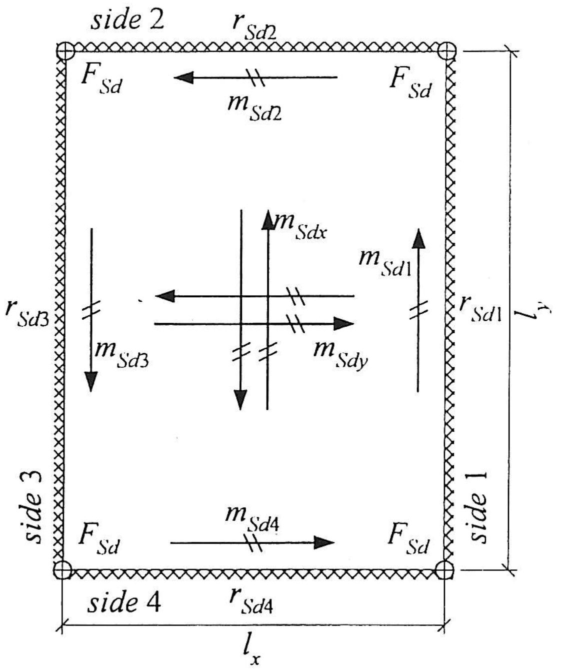
G. HESHE

EKSEMPEL PÅ BESTEMMELSE AF PLADEMOMENTER (NEDREVÆRDILØSNING) EFTER DS 411 (ANNEKS C)

MARTS 2000

ISSN 1395-8232 U0003

Eksempel på bestemmelse af plademomenter (nedreværdiløsning) i.h.t. anneks C i DS 411



Figur 1. Dobbeltspændt plade.

Den nedenfor benyttede metode til bestemmelse af dimensionsgivende momenter i en armeret betonplade er angivet i DS 411 *Norm for betonkonstruktioner* i anneks C.

Pladen tænkes belastet med en ensformig fordelt regningsmæssig last $g_d + q_d$ i kN/m^2, hvor g_d er den permanente last bestående af egenvægt af plade, afretning, gulvbelægning m.m. og q_d er nyttelasten.

Figur 1 viser pladen med de anvendte symboler, hvor

m_{Sdx} og m_{Sdy}	er de regningsmæssige dimensionsgivende momenter i kNm/m, der bestemmer armeringen parallel med henholdsvis siderne l_x og l_y.
m_{Sdn}	for $n = 1 \cdots 4$ angiver de regningsmæssige indspændingsmomenter i kNm/m langs siderne 1, 2, 3 og 4.
m_{Sdx0} og m_{Sdy0}	er de maksimale regningsmæssige momenter i kNm/m i snit parallelle med henholdsvis de lange og de korte sider svarende til simple understøtninger langs disse sider.
r_{Sdn}	for $n = 1 \cdots 4$ angiver de ensformig fordelte regningsmæssige reaktioner i kN/m langs siderne 1, 2, 3 og 4.
F_{Sd}	$= \frac{1}{2}(m_{Sdx0} + m_{Sdy0})$ er pladens regningsmæssige hjørnekræfter i kN, der påvirker pladen i lastens retning.

l_x og l_y	betegner henholdsvis pladens korte og lange side.
i_n	for $n = 1 \cdots 4$ betegner indspændingsgraden langs siderne 1, 2, 3 og 4, hvor $i_1 = \frac{m_{Sd1}}{m_{Sdx}}$, $i_2 = \frac{m_{Sd2}}{m_{Sdy}}$ osv.

Anvendes plasticitetsteoriens nedreværdisætning kan det vises, at plademomenterne m_{Sdx0} og m_{Sdy0}, der svarer til, at pladen har simple understøtninger langs alle 4 pladerande, opfylder betingelsen

$$\left(1 + 4\frac{l_y}{l_x}\right) m_{Sdx0} + \left(1 + 4\frac{l_x}{l_y}\right) m_{Sdy0} = \frac{1}{2}(g_d + q_d) l_x l_y \tag{1}$$

Anvendelsen af (1) forudsætter, at hjørnerne er forankrede, svarende til at hjørnekræfterne F_{Sd} kan optages.

Ved bestemmelse af m_{Sdx0} og m_{Sdy0} og dermed m_{Sdx} og m_{Sdy} efter (1) er der taget hensyn til indflydelsen af vipperne ved pladehjørnerne. En fremgangsmåde er vist nedenfor.

Regnes pladen indspændt langs understøtningen med indspændingsmomenterne m_{Sd1}, m_{Sd2}, m_{Sd3} og m_{Sd4} kan de positive momenter m_{Sdx} og m_{Sdy} bestemmes af

$$m_{Sdx} = m_{Sdx0} - \frac{1}{2}(m_{Sd1} + m_{Sd3}) \tag{2}$$

$$m_{Sdy} = m_{Sdy0} - \frac{1}{2}(m_{Sd2} + m_{Sd4}) \tag{3}$$

indføres indspændingsgraderne givet ved

$$i_1 = \frac{m_{Sd1}}{m_{Sdx}} \quad \text{dvs.} \quad m_{Sd1} = i_1 m_{Sdx} \tag{4}$$

og de tilsvarende kan (2) og (3) omskrives til

$$m_{Sdx} = m_{Sdx0} - \frac{1}{2} m_{Sdx}(i_1 + i_3) \tag{5}$$

$$m_{Sdy} = m_{Sdy0} - \frac{1}{2} m_{Sdy}(i_2 + i_4) \tag{6}$$

af (5) og (6) findes

$$m_{Sdx0} = m_{Sdx}\left(1 + \frac{1}{2}(i_1 + i_3)\right) \tag{7}$$

$$m_{Sdy0} = m_{Sdy}\left(1 + \frac{1}{2}(i_2 + i_4)\right) \tag{8}$$

Indsættes (7) og (8) i (1) fås

$$
(1+4l_y/l_x)m_{Sdx}\left(1+\frac{1}{2}\left(i_1+i_3\right)\right)+\left(1+4\frac{l_x}{l_y}\right)m_{Sdy}\left(1+\frac{1}{2}\left(i_2+i_4\right)\right)
$$
$$
=\frac{1}{2}(g_d+q_d)l_x l_y \tag{9}
$$

hvor

> g_d er den ensformig fordelte regningsmæssige bundne last
>
> q_d er den ensformig fordelte regningsmæssige frie last

En beregning af de dimensionsangivende momenter i pladen m_{Sdx} og m_{Sdy} kan f.eks. foretages som beskrevet nedenfor.

a. Indspændingsgraderne i_1 til i_4 skønnes. i'erne kan ifølge DS 411 antage værdien nul eller en værdi i intervallet $1/3 \leq i \leq 2$.

b. Forholdet mellem m_{Sdx} og m_{Sdy} skønnes. Hvis l_y er større end l_x, kan man med fordel vælge m_{Sdx} større end m_{Sdy} set ud fra et synspunkt om armeringsforbrug. Det kan være hensigtsmæssigt at vælge $\frac{m_{Sdx}}{m_{Sdy}} \sim \left(\frac{l_y}{l_x}\right)^2$.

c. Indsættes de under a. skønnede værdier for i samt $m_{Sdy} = \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2 m_{Sdx}$ i (9), kan m_{Sdx} beregnes af (9) og dermed m_{Sdy} af $m_{Sdy} = \left(\frac{l_x}{l_y}\right)^2 m_{Sdx}$.

d. Armeringen A_{sx} og A_{sy} parallel med henholdsvis den korte og den lange side bestemmes, således at bæreevnerne $m_{Rdx} \geq m_{Sdx}$ og $m_{Rdy} \geq m_{Sdy}$. Vælges f.eks. A_{sx} så stor, at m_{Rdx} bliver en del større end m_{Sdx}, kan omregning komme på tale for bestemmelse af en ny værdi for m_{Sdy} og dermed en ny bestemmelse af A_{Sy}. I så fald indsættes $m_{Sdx} = m_{Rdx}$ i (9), hvorefter en ny værdi af m_{dy} kan beregnes.

e. Armeringen i pladens overside over understøtningerne kan tilnærmet beregnes af $A_{si1x} = i_1 A_{sx}$ og de tilsvarende. Hvis en nøjagtigere beregning ønskes, bestemmes A_{si1x} således, at $m_{Sd1} \geq i_1 m_{Sdx}$ og de tilsvarende. Den sidstnævnte bestemmelse af A_{six} vil give et lidt mindre areal end arealet bestemt som $A_{six} = i_1 A_{sx}$. Forskellen vil dog normalt være betydningsløs.

Armeringen i begge retninger i pladens underside bør være større end minimumsarmeringen bestemt i henhold til punkt 6.4.3 i DS 411.

Efter beregning af m_{Sdx} og m_{Sdy} kan m_{Sd1} og tilsvarende beregnes af (4) samt m_{Sdx0} og m_{Sdy0} af (7) og (8), hvorefter den regningsmæssige værdi af pladens reaktioner kan bestemmes af

$$
\left.\begin{array}{l} r_{Sd1} \\ r_{Sd3} \end{array}\right\} = \frac{1}{2}(g_d+q_d)l_x - 4m_{Sdy0}lx/ly^2 \pm (m_{Sd1}-m_{Sd3})/lx \tag{10}
$$

$$
\left.\begin{array}{l} r_{Sd2} \\ r_{Sd3} \end{array}\right\} = \frac{1}{2}(g_d+q_d)l_y - 4m_{Sdx0}ly/lx^2 \pm (m_{Sd2}-m_{Sd4})/ly \tag{11}
$$

Pladens hjørnekræfter bestemmes af

$$F_{Sd} = \frac{1}{2}(m_{Sdx0} + m_{Sdy0}) \tag{12}$$

Ved beregning af pladefelter efter den ovenfor beskrevne metode kan man nøjes med at undersøge hvert felt for total last, når følgende betingelser er opfyldt:

a. Den indspændingsgrad i, der regnes med, skal opfylde betingelsen

$$i \leq \begin{cases} 0,5 \\ \dfrac{0,64}{0,36 + \frac{q_d}{g_d}} \end{cases} \tag{13}$$

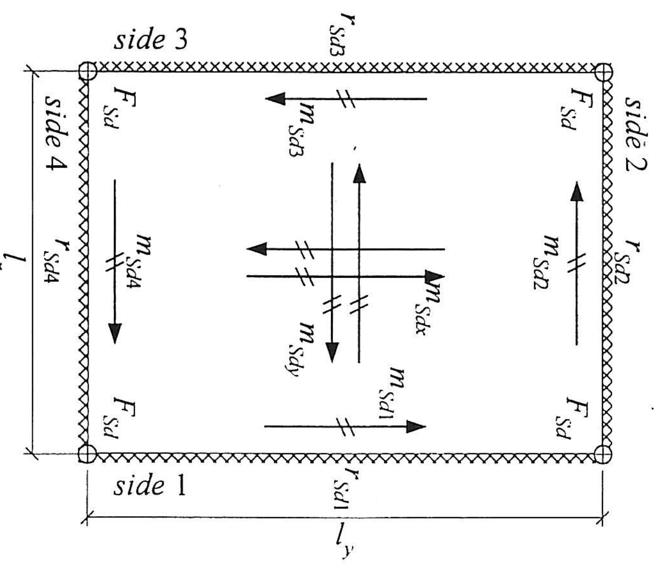
hvor
g_d er den ensformigt fordelte bundne regningsmæssige last
q_d er den ensformigt fordelte fri regningsmæssige last

b. Ved mellemunderstøtninger og simple understøtninger skal pladen armeres i oversiden med en armering svarende til halvdelen af hovedarmeringen i pladens underside. Ved mellemunderstøtninger skal denne armerings udstrækning, regnet fra understøtningens kant, være mindst 1/5 af den korte spændvidde. Ved simple endeunderstøtninger skal oversidarmeringens udstrækning være mindst 1/7 af den korte spændvidde.

Vælges større indspændingsmomenter end i bestemt af (13), kan en beregning af kontinuerlige plader ved brug af plasticitetsteorien ske ved eftervisning af, at hvert fag kan optage påvirkningerne svarende til maksimal last på hele faget og minimal last på hele faget, når der i begge tilfælde regnes med de fulde værdier af de valgte indspændingsmomenter.

Indspændingsmomenter vælges mellem elasticitetsteoriens værdier og en tredjedel heraf.

Eftervisning af, at den nødvendige flydeevne er til stede, kan for kontinuerlige bjælker udelades, hvis alle dimensionsgivende tværsnit er normaltarmerede, og der ved indspændinger og mellemunderstøtninger armeres for et indspændingsmoment, der numerisk er mindst 1/3 og højst det dobbelte af det største dimensionsbestemmende moment i de tilstødende fag.



side 3
r_{Sd3}
m_{Sd3}
F_{Sd}
F_{Sd}
side 2
r_{Sd2}
m_{Sd2}
side 4
r_{Sd4}
m_{Sd4}
l_x
m_{Sdx}
m_{Sdy}
m_{Sd1}
F_{Sd}
F_{Sd}
side 1
r_{Sd1}
l_y